

ディストロメーターの測定方式による粒径・落下速度分布の違い

勝山祐太

(森林総研十日町試験地)

1. はじめに

ディストロメーターとは、降水粒子の粒径・落下速度を計測する気象測器である。現在普及しているディストロメーターには、OTT 製 PARSIVEL や Thies 製 LPM などの光学式ディストロメーターや 2DVD のような二次元ビデオディストロメーターが挙げられる。これらディストロメーターはいずれもシート状の水平な観測領域を通過する粒子を計測しており、降水粒子のフラックスを観測するものである。また、観測領域が立方体のディストロメーター (e.g. Ishizaka et al., 2013) も存在し、これは降水粒子の空間濃度を観測するものである。本稿では、前者をフラックススキャン型と、後者をボリュームスキャン型と上呼ぶ。

フラックススキャン型のディストロメーターで観測される粒径分布がボリュームスキャン型で観測されるそれと異なることが指摘されている (Adirosi et al., 2016)。これは、フラックススキャン型の場合は、落下速度の速い粒子のほうが落下速度の遅い粒子よりも観測されやすいためである。同様の理由により、フラックススキャン型で観測される落下速度はボリュームスキャン型で観測されるそれと比べて過大になっている可能性も指摘されている (Katsuyama and Inatsu, 2020)。

そこで、粒径分布として一般に仮定されるガンマ分布と粒径・落下速度関係として一般に仮定されるべき乗則を仮定したときに得られる粒径・落下速度分布がディストロメーターの測定方式によってどのように異なるのかを Katsuyama and Inatsu (2020) による立式に沿って理論的な側面から示す。そして、ディストロメーターによる観測データ利用について、フラックススキャン型とボリュームスキャン型の違いによる観点から留意すべき点について議論する。

2. ボリュームスキャン型の粒径・落下速度分布

粒径分布として次のガンマ分布を仮定する。

$$P(D|\mu, \lambda) = \frac{\lambda^{\mu+1} D^\mu}{\Gamma(\mu+1)} \exp(-\lambda D) \quad (1)$$

ここで、 $P(D|\mu, \lambda)$ は形状母数 μ と尺度母数 λ のもとにおける粒径 D [mm] の条件付き確率分布を表す。 Γ はガンマ関数を表す。粒径・落下速度関係、すなわち、平均落下速度は、べき乗則

$$V(D) = aD^b \quad (2)$$

を仮定し、落下速度は正規分布に従うとすると、落下速度分布は、

$$P(V|D, a, b, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(V - aD^b)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (3)$$

となる。ここで、 V は落下速度 [m s⁻¹] を、 σ^2 は落下速度の分散を表す。式(1) (3)より、粒径・落下速度の同時分布は、

$$\begin{aligned} P(V, D|a, b, \sigma^2, \mu, \lambda) &= P(V|D, a, b, \sigma^2) \times P(D|\mu, \lambda) \\ &= P(V, D|\theta) \end{aligned} \quad (4)$$

となる。ここで、 $\theta = {}^t(a, b, \sigma^2, \mu, \lambda)$ である。本稿では、これをボリュームスキャン型の観測データが従う粒径・落下速度分布とする。

3. フラックススキャン型の粒径・落下速度分布

フラックススキャン型の場合についても、ボリュームスキャン型の場合と同様に、粒径分布としてガンマ分布を、落下速度分布として正規分布を仮定する。この時、フラックススキャン型のディストロメーターは、式(4)で表される降水粒子が落下速度 V で面積 A の観測領域を通過するときその粒子をカウントすることから、フラックススキャン型の粒径・落下速度分布は、

$$P_S(V, D|\theta) = \frac{A\Delta t V N_{tot} P(V, D|\theta)}{L} \quad (5)$$

となる。ここで Δt は観測時間 [s] を、 L はカウントされた合計粒子数を、 N_{tot} は粒子空間濃度 [m⁻³] を表す。合計粒子数は、

$$\begin{aligned} L &= \int_0^\infty \left[\int_{-\infty}^\infty A\Delta t V N_{tot} P(V, D|\theta) dV \right] dD \\ &= A\Delta t N_{tot} a \lambda^{-b} \frac{\Gamma(\mu + b + 1)}{\Gamma(\mu + 1)} \end{aligned} \quad (6)$$

であるから、これを式(5)に代入して

$$\begin{aligned} P_S(V, D|\theta) &= \frac{V}{aD^b} P(V, D|a, b, \sigma^2, \mu + b, \lambda) \end{aligned} \quad (7)$$

が得られる。つまり、フラックススキャン型のディストロメーターで計測される粒径・落下速度分布は、ボリュームスキャン型のディストロメーターで計測されるそれと比較して、粒径分布の形状母数 μ は b だけ異なり、確率分布は落下速度の速い方向に歪む。このため、フラックススキャン型のディストロメーターで観測される平均落下速度は、

$$\begin{aligned} V_S(D) &= \frac{\int_{-\infty}^\infty V P_S(V, D|\theta) dV}{\int_{-\infty}^\infty P_S(V, D|\theta) dV} \\ &= \frac{\sigma^2}{aD^b} + aD^b \end{aligned} \quad (8)$$

となり、ボリュームスキャン型のディストロメーターで仮定したものよりも σ^2/aD^b だけ速い落下速度となる。

図1に降水粒子としてあられ (Locatelli and Hobbs, 1974) と

雲粒付き雪片(石坂, 1995)を模した粒径・落下速度分布を示す。あられの場合は $\theta = {}^t(1.3 \ 0.66 \ 0.08 \ 2 \ 2.5)$ を、雲粒付き雪片の場合は $\theta = {}^t(0.82 \ 0.12 \ 0.08 \ 2 \ 1.5)$ を条件とする確率分布を式(4)と式(7)を用いて計算した。あられの場合は、ボリュームスキャン型の確率分布よりもフラックススキャン型の確率分布の方が粒径と落下速度の大きい方向に広がっていることがわかる。これは、あられの場合はパラメータ b が大きいいため、形状母数 μ がフラックススキャン型とボリュームスキャン型とで大きく異なるためである。平均の落下速度は大きな差がない。一方で、雲粒付き雪片の場合は、パラメータ b が小さく、形状母数 μ への影響がほとんどないため、フラックススキャン型の確率分布は落下速度の大きい方向にのみやや偏っていることがわかる。平均の落下速度については、式(8)から明らかなように、落下速度の遅い種類の降水粒子の場合に σ^2/ad^b が大きな値になりやすいため、フラックススキャン型とボリュームスキャン型の場合とで異なる落下速度となることがわかる。しかし、図1においては、フラックススキャン型とボリュームスキャン型の場合の平均落下速度を比較すると、その差は約 0.1 m s^{-1} と僅かである。

4. まとめと議論

粒径分布としてガンマ分布を、落下速度分布として正規分布を仮定した場合のフラックススキャン型とボリュームスキャン型のディストロメーターによる粒径・落下速度分布の違いを理論的な側面から示した。その結果、フラックススキャン型の場合の粒径・落下速度分布は粒径と落下速度それぞれが大きい方向へ広がることが分かった。特に、あられのような落下速度の大きい種類の降水粒子の場合は、粒径分布が大きく異なった。平均落下速度についてもディストロメーターの測定方式によって異なることが示されたが、その差は雪片のような落下速度の遅い種類の降水粒子の場合でも約 0.1 m s^{-1} 程度と僅かだった。

以上の結果から、ディストロメーターのデータを利用する上で、その測定方式に留意すべき必要があるのは粒径分布を扱う場合である。特に、レーダー気象学や雲物理学で扱われる粒径分布は、一般に空間数濃度のことを指しており、ボリュームスキャン型のディストロメーターで観測される粒径分布を想定されている。一方で、普及型のディストロメーターはフラックススキャン型のため、この場合は式(7)を使い形状母数を変換する必要がある。ただし、この変換は粒径分布がガンマ分布を仮定できる場合、かつ、粒径・落下速度関係が既知の場合に限る点に注意されたい(cf. Adirosi et al., 2016)。

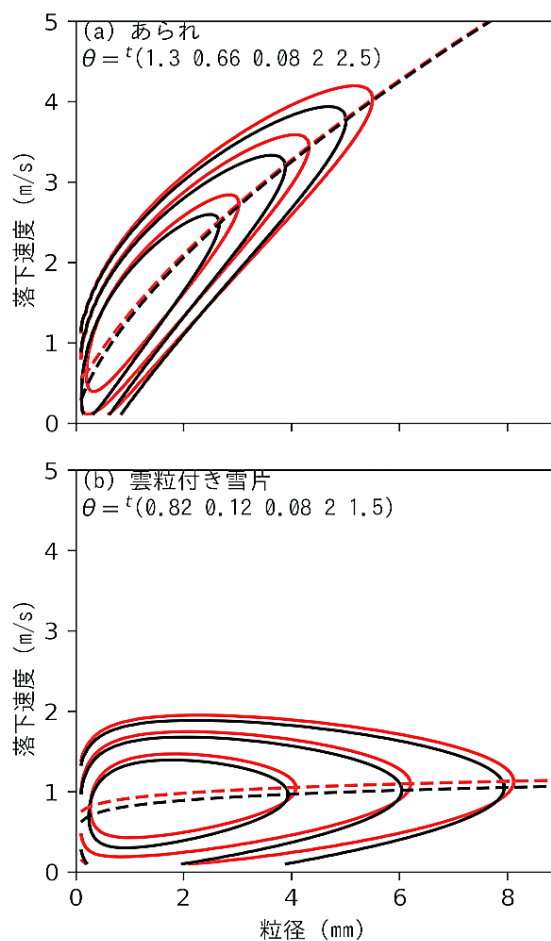


図1 (a) あられと(b) 雲粒付き雪片を模した粒径・落下速度分布。等値線は 0.001, 0.01, 0.1 の等確率密度を表し、破線は平均落下速度を表す。黒色は式(4)で表されるボリュームスキャン型の分布を、赤色は式(7)で表されるフラックススキャン型の分布を表す。

文献

- Adirosi, E., E. Volpi, F. Lombardo, and L. Baldini (2016): Raindrop size distribution: Fitting performance of common theoretical models. *Adv. Water Resour.*, **96**, 290–305.
- 石坂雅昭(1995): 雲粒付雪片の落下速度について. *雪氷*, **57**, 229–238.
- Ishizaka, M., H. Motoyoshi, S. Nakai, T. Shina, T. Kumakura, and K. Muramoto (2013): A new method for identifying the main type of solid hydrometers contributing to snowfall from measured size-fall speed relationship. *J. Meteor. Soc. Japan*, **91**, 747–762.
- Katsuyama, Y., and M. Inatsu (2020): Fitting precipitation particle size-velocity data to mixed joint probability density function with an expectation maximization algorithm. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **37**, 911–925.
- Locatelli, J. D., and P. V. Hobbs, (1974): Fall speeds and masses of solid precipitation particles. *J. Geophys. Res.*, **79**, 2185–2197.