

## 有限要素法による斜面雪圧解析

吾田洋一, 松澤勝, 松下拓樹 (独) 土木研究所寒地土木研究所)

### 1. はじめに

雪崩予防柵の設計には、一様な斜面を前提に考案されたHaefeliの雪圧論に基づくスイスの示方書の雪圧の式(1)<sup>1)2)</sup>が用いられている。スイスの示方書では雪密度に応じて、一定のクリープ係数を与えており(表-1)<sup>1)2)</sup>、設計上、粘性係数の違いなど複雑な条件での雪圧は求めることは出来ない。そこで、有限要素法による、積雪シミュレーションを開発し、粘性係数や斜面長などに着目して斜面雪圧を求めた。

$$S = -(1/2) \rho g H^2 K N \dots (1)$$

ここで、S : 柵にかかる力(N)

$\rho$  : 雪密度 (kg / m<sup>3</sup>)

g : 重力加速度(9.8m/s<sup>2</sup>)

H : 柵高(m)

K : クリープ係数

N : グライド係数

表-1 雪密度とクリープ係数<sup>2)</sup>

$\rho$ (kg/cm <sup>3</sup> )	200	300	400	500	600
K / sin 2 $\theta$	0.70	0.76	0.83	0.92	1.05

### 2. 有限要素法の説明

有限要素法とは解析対象を有限個の要素に分け、要素の挙動をモデル式で近似し、それら要素のモデル式を連立して解く手法である。

今回開発した有限要素法による積雪シミュレーションは、三角形要素を組み合わせる斜面積雪をモデル化し計算する手法を組み込み作成した(図-1)。

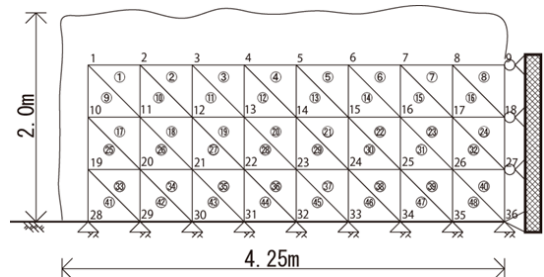


図-1 積雪シミュレーションモデル

### 3. 積雪シミュレーションに組み込んだ基本方程式

積雪の状態をシミュレートするための基本式としてバーガーモデル式(2)<sup>3)</sup>を組み込んだ。

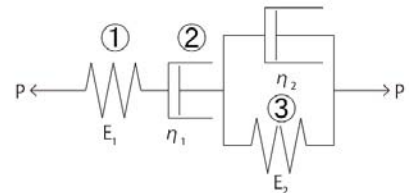


図-2 バーガーモデル

$$\varepsilon(t) = \frac{P}{E_1} + \frac{P t}{\eta_1} + \frac{P}{E_2} [1 - \text{EXP}(-E_2 t / \eta_2)] \dots (2)$$

①                      ②                      ③

ここで、 $\varepsilon$  : 変位(m)

P, t : 荷重(N), 時間(s)

$E_1, E_2$  : バネ係数(N/cm)

$\eta_1, \eta_2$  : 粘性係数(Ps · s)

図-2はバーガーモデルの模式図で、バネ①とダンパー②が直列で配置されたものと、並列で配置された③がつながっているモデルである。ダンパーとは、荷重を加えてもすぐには変形せず、時間と共にゆっくりひずみが増加するというモデルである。図-2の①、②、③の各部分は、それぞれ式(2)と図-3<sup>4)</sup>に対応している。式(2)はバーガー

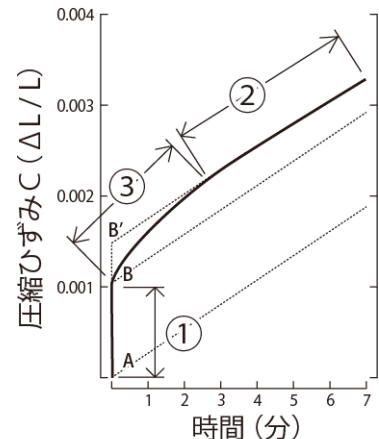


図-3 雪の圧縮によるひずみと時間の関係<sup>4)</sup>

モデルの基本式で①の項はバネを②の項はダンパーを③の項はバネとダンパーが並列につながった部分をそれぞれ示している。図-3は積雪に重りを載せたときの雪の圧縮量である<sup>4)</sup>。①は雪を載せた瞬間のバネ，②は時間と共に圧縮が増大するダンパー，③は一定時間以降（この図では3分）圧縮が停止するバネとダンパーが並列につながった部分をそれぞれ示している。この図より雪の圧縮は初期変位A-B'，傾きがP/η<sub>1</sub>と見なせることがわかる。ここで，積雪シミュレーションを1日行うとすると，この初期変位は全圧縮ひずみ量Cの0.6%程度となるので，積雪シミュレーションでは初期変位を0，傾きをP/η<sub>1</sub>とした。このことを式(2)より説明すると，式(2)には時間(t)が含まれているので積雪シミュレーションをΔt間隔で行うこととする。そこで，式(2)を微分すると式(3)になり，この式の時間を無限大とすることで式(4)と見なせる。ここで，P→力，η<sub>1</sub>→バネ係数，dε→変位にそれぞれ対応させると，一般的な有限要素法をそのまま適用できる。

図-4は制作したプログラムのフローである。1回のループで10分間計算し，その結果得られた変位で座標を再設定し，それを144回，1日分計算した。

図-5は積雪モデルである。一般的には斜面を斜めに重力を垂下にするが，本シミュレーションでは斜面を水平に，重力を斜めに設定した。どちらも力学的には同等である。このように設定した理由は①有限要素法では力をX,Y方向に分けて計算しているため，柵にかかる力を本来，要素毎に変換しなければならないところ，X方向の力を合計するだけで求めることができること，②柵と雪をX方向を固定，Y方向を可動端とすることで雪の沈み込みを考慮することができること，③さらに，将来的に雪と斜面をX方向を可動，Y方向を固定端とすることで，グライドを計算できる可能性が有ることによる。

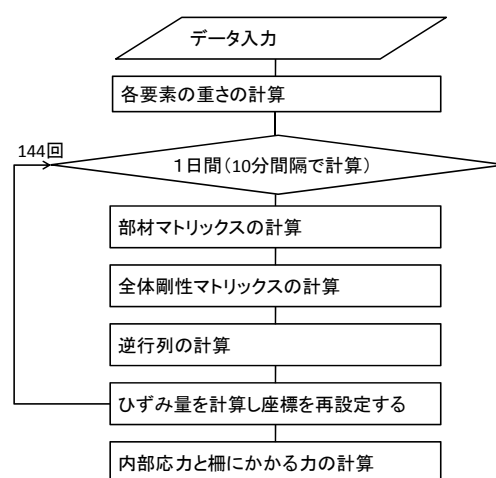


図-4 プログラムのフロー

#### 4. 積雪シミュレーションの計算条件

シミュレーションに使用した粘性式は式(5)<sup>5)</sup>，式(6)<sup>6)</sup>の式を使用した。ポアソン比は式(7)<sup>7)</sup>を使用した。

シミュレーション基本条件は斜面角度45°，斜面長4.25m，積雪深2m，雪密度300kg/m<sup>3</sup>，計算時間1日とした。また，シミュレーションはクリープのみに限定し行った。

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{P}{\eta_1} - \frac{P}{\eta_2} \text{EXP}(-E_2 t / \eta_2) \quad \dots (3)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{P}{\eta_1} \quad \dots (4)$$

$$\eta = C\rho^4 \quad \dots (5)$$

$$C = 0.21 \text{EXP}(-0.166T) \quad \dots (6)$$

$$\text{ポアソン比} = 0.0004\rho \quad \dots (7)$$

ここで， ρ : 密度(kg/m<sup>3</sup>)  
T : 温度(°C)

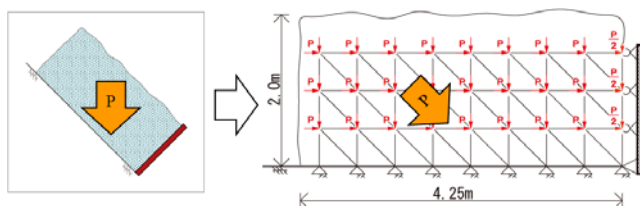


図-5 積雪シミュレーションの積雪モデル

5. 積雪シミュレーションの粘性係数の違いによる柵にかかる力の検討

表-2は柵にかかる力について、温度を-5℃、-10℃と変化させ積雪シミュレーションを実行し、理論値であるスイスの示方書の値と比較したものである。この表より、-10℃でシミュレーションした結果がスイスの示方書から求めた値と良く合っており、-5℃でシミュレーションした結果はスイスの示方書の値に比べて3倍もの大きな値になり、粘性係数が小さいと柵にかかる力が大きくなることがわかった。このことは、雪が柔らかいとき（雪解け時、本州の雪）には、柵にかかる力が数倍になる場合があることを示唆している。

表-2 シミュレーション結果

	柵にかかる力(ton)	粘性係数(Ps・s)
	シミュレーション結果	粘性式の値
-10℃	0.54	8.95E+09
-5℃	1.57	3.90E+09
	スイスの示方書	
	0.46	

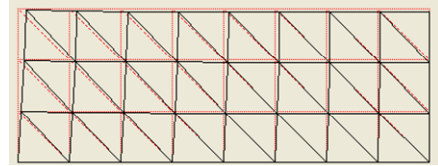


図-6 シミュレーション出力例

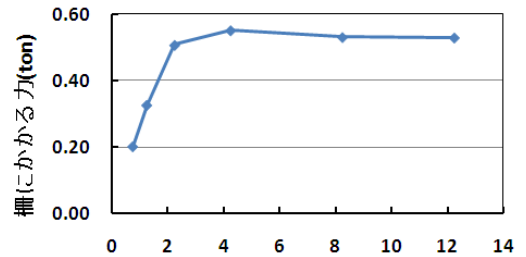


図-7 斜面長の違いによる柵にかかる力

※基本式に適用した温度は-10℃とした。  
 ※スイスの示方書では0.46(ton)となる

6. 積雪シミュレーションの斜面長の違いによる柵にかかる力の検討

斜面長が長くなればなるほど、斜面上に積もった積雪量が多くなるため、柵にかかる力も大きくなると考えられる。そこで、斜面長の長さの違いによる柵にかかる力を積雪シミュレーションにより求めた。斜面長は0.75, 1.25, 2.25, 4.25, 8.25, 12.25mの6パターン行った。図-6は斜面長が4.25mの場合の出力例である。赤い点線が初期値で、黒の実線が計算結果である。この図より、積雪が若干変形している様子がわかる。図-7はシミュレーション結果である。この図より、柵にかかる力は斜面長が4.25mで最大となり、それ以上斜面長が長くなっても柵にかかる力は変わらない結果となった。

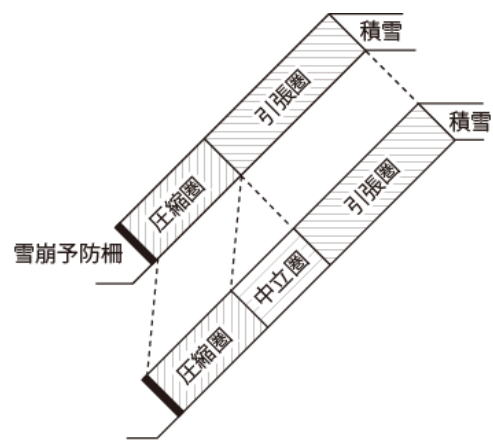


図-8 中立圏の概念

7. 考察~Haefeliの理論による圧縮圏の算出~

Haefeli<sup>8)</sup>は斜面積雪を圧縮圏、中立圏、引張圏の3つに分けて考え、斜面長が長くなっても圧縮圏、引張圏の長さは変わらず、中立圏が長くなるとしている。柵にかかる力は圧縮圏で決まるので、斜面長が長くなっても柵にかかる力には変化がないとしている。図-8は斜面長が長くなっても圧縮圏は変わらず、中間圏だけが伸びている様子を図化したものである。

Haefeliの式から、圧縮圏の長さを検討する。式(8)<sup>8)</sup>はHaefeliの圧縮圏の方程式である。この式を展開し表-1の値を代入することで、圧縮圏の

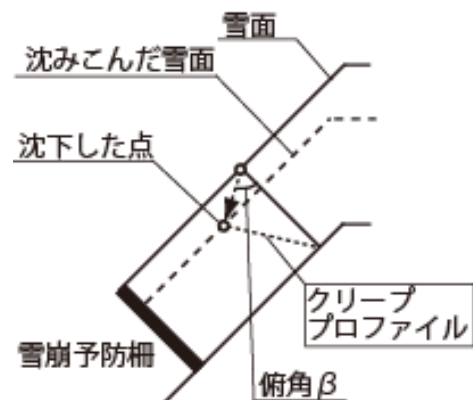


図-9 Haefeliのクリーププロファイル

長さを求める。

式(9)<sup>8)</sup>の $a_c$ は粘性係数の逆数であり、粘性係数と雪の変位 ( $U_0$ ) の積は力なので、式(9)の左辺は雪圧となる。図-9でHaefeliは雪のクリープをクリーププロファイルとして予め決めてしまうことで、雪の変形量と雪密度の積により雪圧を求めることが出来ることを説明した図で、それを式に表すと式(9)の右辺となる。

式(10)<sup>8)</sup>はクリープ係数の定義式である。これと、式(8)を式(9)に代入し整理すると式(11)となる。この式に先の条件を代入すると、圧縮圏の長さは4.56mとなる。これはシミュレーションにより求めた斜面長4.25mとほぼ一致する。

### 8. まとめ

本研究では、有限要素法を用いた積雪シミュレーションを開発し、積雪の諸条件を変えて柵にかかる力を計算した。その結果、温度を-10℃から-5℃に変化させると、柵にかかる力が3倍になるという結果が得られた。

また、柵背面の積雪の斜面長を変えて計算した結果より、ある長さ以上斜面長が長くなっても柵にかかる力は変わらないことがわかった。この値とHaefeliの雪圧論(スイスの示方書に用いられている)による圧縮圏の理論値とを比較した結果、両者はほぼ合致することを確認した。

ただし、以上の結果はクリープのみを考慮した場合である。グライドの影響を含めた場合の柵にかかる力の検討は、今後の課題である。

### 【参考・引用文献】

- 1) (社)日本建設機械化協会, (社)雪センター: 雪崩対策, 2005 除雪・防雪ハンドブック, pp.143-246, 2005
- 2) 遠藤八十一: 雪崩防止柵に作用する斜面雪圧, 雪崩と吹雪(前野紀一, 福田正己編), 古今書院, pp.40-41, 2000
- 3) (社)日本雪氷学会監修: 積雪の性質, 雪と氷の辞典, 朝倉書店, pp.96-98
- 4) 日本建設機械化協会編: 積雪の粘弾性モデル, 新編防雪工学ハンドブック, pp.16-18, 1988
- 5) 遠藤八十一, 大関義男, 庭野昭二: 低密度の雪の圧縮粘性係数と密度の関係, 雪氷, 52, pp.267-274, 1990
- 6) Abe, O.: Creep experiments and numerical Simulations of very light artificial snowpacks, Annals of Glaciology, 32, pp.39-43, 2001
- 7) 遠藤八十一: 応力とひずみ速度の関係, 雪崩と吹雪(前野紀一, 福田正己編), 古今書院, pp.25-26, 2000
- 8) 日本建設機械化協会編: Haefeliの雪圧論, 新編防雪工学ハンドブック, pp.49-55, 1988

$$X_c = \sqrt{\frac{12 U_0}{a_c \gamma \sin \phi}} \quad \dots (8)$$

$$\frac{U_0}{a_c} = \gamma \frac{H^2 \cos \phi}{6 \tan \beta} \quad \dots (9)$$

$$K = \frac{\sin 2\phi}{3} \sqrt{\frac{2}{\tan \phi \times \tan \beta}} \quad \dots (10)$$

$$X_c = \frac{3H \times K}{\sin 2\phi} \quad \dots (11)$$

ここで,

- $X_c$  : 圧縮圏の長さ(m)
- $U_0$  : 斜面に沿った雪の変位(m)
- $a_c$  : 粘性係数の逆数(1/Ps/s)
- $\gamma$  : 雪密度(N/m<sup>3</sup>)
- $\phi$  : 斜面角度
- $H$  : 積雪深(m)
- $\beta$  : 雪の俯角
- $\phi$  : 斜面角度