

気温と日射を用いた冬期の浅層地温の予測

佐藤篤司 (北大, 低温研) J. M. CAPRIO (モンタナ州立大学)

冬期間の地中温度は越冬植物にとって重要な環境因子である。冬小麦は小さな苗で冬を過ごし、特に地表下3cm付近の温度が凍死するか否かの決定的要素と言われている。アメリカ中西部では小麦の栽培面積が広大で、気象データや人工衛星リモートセンシングにより、冬小麦の凍死を早期に予測することが大きな経済的要求となっている。今回のプロジェクトの目的は気温および日射量から3cm地温の推定方法を見出すことである。このため基礎データの収集がアメリカ北西部のモンタナ州で1980-1981, 1981-1982年の2冬期同行なわれた。それらは気温, 日射量, 風速, および教点の深さの地温が30分間隔で測定され, コンピュータ処理された。次のステップではこれらのデータを元には, 地温を予測するコンピュータモデルの作成である。まだ満足すべき完成は見ていないが途中経過の一端を報告したい。

1. 熱伝導方程式の解法

均質土壌を仮定し, 積雪のない地面 ($x=0$) から下方への一次元熱伝導を考える。深い所での地温 $T(x, t) = T_{\infty}$, 地面での熱収支は顕熱と日射のみによるとすると次の境界値問題を導く。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \\ T(x, 0) &= T_{\infty}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} T(x, t) = T_{\infty} \\ -k \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} &= h \{ A(t) - T(0, t) \} + (1-A) R_0(t) \end{aligned} \right\} \text{--- (1)}$$

D , k はそれぞれ熱拡散率, 熱伝導率, h 熱伝達係数, A アルベドである。 $A(t)$, $R_0(t)$ は気温および日射で, それぞれフーリエ級数で表わす。

$$A(t) = \bar{A} + \sum_{n=1}^M E_n \cos(n\omega t - \phi_{1n}), \quad R_0(t) = \bar{R} + \sum_{n=1}^N F_n \cos(n\omega t - \phi_{2n}) \text{--- (2)}$$

変数 $T(x, t)$ を $V(x, t)$ に変換する。ただし

$$V(x, t) = \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{h}{k} T + \frac{h}{k} T_{\infty} \text{--- (3)}$$

(1) の境界値問題よりラプラス変換を用いて次の解を得る。

$$V(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h}{k} T_{\infty} \int_{\frac{x}{2\sqrt{Dt}}}^{\infty} e^{-\lambda^2} d\lambda \right] - \frac{2h}{k\sqrt{Dt}} \int_{\frac{x}{2\sqrt{Dt}}}^{\infty} e^{-\lambda^2} A\left(t - \frac{x^2}{4Dt}\right) d\lambda - \frac{2(1-A)}{k\sqrt{Dt}} \int_{\frac{x}{2\sqrt{Dt}}}^{\infty} e^{-\lambda^2} R_0\left(t - \frac{x^2}{4Dt}\right) d\lambda$$

積分を実行し, さらに(3)式を $T(x, t)$ について解くと次式を得る。

$$\begin{aligned} T(x, t) &= T_{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) + (\bar{A} + \bar{R}(1-A)/h) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) + (T_{\infty} - \bar{A} - \bar{R}(1-A)/h) e^{\frac{h}{k}\left(x + \frac{1}{k}\beta t\right)} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} + \frac{h}{k}\sqrt{\beta t}\right) \\ &+ \sum_{n=1}^M \frac{h E_n}{(h\beta + k)^2 + (h\beta)^2} \cdot e^{-\beta x} \left\{ (h\beta + k) \cos(n\omega t - \beta x - \phi_{1n}) + h\beta \sin(n\omega t - \beta x - \phi_{1n}) \right\} \\ &+ \sum_{n=1}^N \frac{(1-A) F_n}{(h\beta + k)^2 + (h\beta)^2} \cdot e^{-\beta x} \left\{ (h\beta + k) \cos(n\omega t - \beta x - \phi_{2n}) + h\beta \sin(n\omega t - \beta x - \phi_{2n}) \right\} \text{--- (4)} \end{aligned}$$

ここで $\beta = \sqrt{\pi\omega/2D}$ である。

さらに erfc , erfc の性質により $\omega \rightarrow \infty$ で (4) 式の第1行は $\bar{T} + (1-A)\bar{R}/\rho$ となる。

2. 係数の見積り

観測地域の土の熱的性質は未知である。まず D については地温データをを用いて次のように求めた (Harmonic Method)。1 cm の測定された地温を $T(1,t) = \bar{T}_1 + \sum_{n=1}^M G_n \cos(n\omega t - \phi_n)$ と展開する。これを境界条件と考え、熱伝導方程式より 3 cm 地温は $T(3,t) = \bar{T}_1 + \sum \exp(-2\sqrt{\pi\omega/2D}) \{ G_n \cos(n\omega t - \phi_n - 2\sqrt{\pi\omega/2D}) \}$ となる。この計算値と実測値との差の平方を毎時計算し、その和が最小となるように 1 日毎の D が求められた。図 1 には得られた D とその日の 3 cm 平均地温との関係を示す。平均地温が 0°C 以上では D はほぼ一定、以下では地温の低下とともに増大している。これは土壤水が温度低下とともに氷に変わっているためと考えられる。次に熱伝導率は、 D と土の熱容量 C から $\rho = C \cdot D$ となる。 C は土の乾燥密度と含水率より計算によって求めた。熱伝達係数 h は低い植生のある地面で得られた経験式と、10 m 高での冬期平均風速 $U_{10} = 2.9 \text{ m/s}$ を用いて $h = 0.68 \text{ cal cm}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \text{ h}^{-1}$ とした。アルベドは乾燥地面の値として 0.29 とした。

図 1.

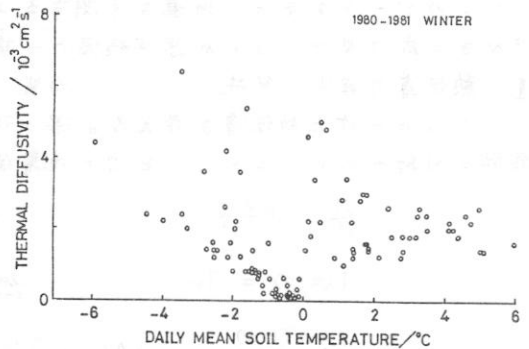


図 1. 1980-1981 WINTER. THERMAL DIFFUSIVITY / $10^{-3} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ vs DAILY MEAN SOIL TEMPERATURE / $^\circ\text{C}$.

3. 計算結果

$A(t)$, $R_0(t)$ の毎時データを 3 日毎 1 サイクルで読み込む。 D と ρ には代表値を入れて (2), (4) 式で 1 サイクルの計算をする。次のステップでは 3 日目の 3 cm 日平均地温より対応する D を図 1 より求め、2 日目から 4 日目まで行なう。このようにして 1 日 24 回の地温予測計算を一冬約 4 カ月分計算し実測の $T(3\text{cm})$ と比較した。図 2 には一例として 1981 年 2 月 7 日の結果を示す。上から日射、気温、実測および計算した 3 cm 地温である。全体的傾向として地温の低下時には比較的良く理論値は実測値に一致するが、昇温時期で差が大きく現われる。このモデルの中で D および ρ は重要なパラメータであり、これらの不確定さが上の不一致の主な原因であると考えられる。現在これらの算定方法を改良中である。

図 2.

