雪尺の周りの融雪凹みの成因（放射収支増試算）

小　島　賢　治

1．<u>まえがき</u>　　雪尺など雪に立っている柱状物体（以後柱と略称）の周りにできる融雪凹みの成因のひとつとして、雪面での長波長放射収支が柱に近いほど大きいことが重要であるという実験結果をすでに報告した（小島、1991）。今回は、柱の温度、日射量、大気放射などの条件を設定して雪尺の周りの放射収支増が量的に何程になり、それによって生ずる融雪凹みの大きさと形がどのように変化するかを求める計算を試みたので、その結果を報告する。

2．<u>放射収支増の計算方法</u>　　（ａ）<u>柱の存在による放射収支の変化</u>　　図１（ａ）で水平面上の１点Ｏを中心、OHを半径とする半球面を天球にみたてると、Ｏから柱を見る立体角ω内で、球面四辺形ABCD（斜線部分）からの低温の大気放射が、柱の存在により高温の柱面（斜線）からの放射に置き換わるので、その分だけＯ点での長波長放射収支ΔＲが増す。この増分をΔ（ΔＲ）と表す。一方、昼間は球面四辺形ABCDからの天空散乱光が柱で遮られる代りに、柱面で反射された日射がＯ点における本来の日射量に加わる。柱から充分遠い所での水平面全天日射量Ｉの雪による吸収分（短波長放射収支）をΔI　とし、柱の存在による増加分を$\Delta(\Delta I)_{ST}$と表すことにする。

図１(b) は柱の近くだけを拡大したもので、元の点ＯをO'とし、O'に向いあう柱の面の底辺と上縁の中央をそれぞれＯおよびH_1とする。点O'から柱の上縁を見る仰角を$\angle OO'H_1 = \tau$とし、$\beta/2 = \beta'$とすると、O'から柱の面の半分（OH_1の左か右）を見る立体角は、$\omega' = \omega/2$、$\omega' = (\pi/2) - \cos^{-1}(\sin\beta' \cdot \sin\tau)$である。O'からの仰角$\zeta$にある微小立体角$d\omega$内の放射量を（放射強度を$q$として）$q\,d\omega$とすると、O' 点の水平単位面積が受ける立体角$\omega$内の放射量$Q_V = \int_\omega q \sin\zeta\, d\omega$　であるが、qを一定とみなし、$\sin\zeta$の$\omega(\tau)$内平均を$\overline{\sin\zeta}^{\,\omega(\tau)}$で表すと、$Q_V = q\,\omega(\tau)(\overline{\sin\zeta}^{\,\omega(\tau)})_V$である。柱の周りに凹みができてからは、水平から$\theta$傾いた雪面の単位面積、単位時間当りの放射量（垂直成分）を

$$Q_N = q\,\omega(\tau)\,(\overline{\sin(\theta+\zeta)}^{\,\omega(\tau)}) \fallingdotseq q\,\omega(\tau)\,\sin\{\theta + \sin^{-1}(\overline{\sin\zeta}^{\,\omega(\tau)})_V\}$$

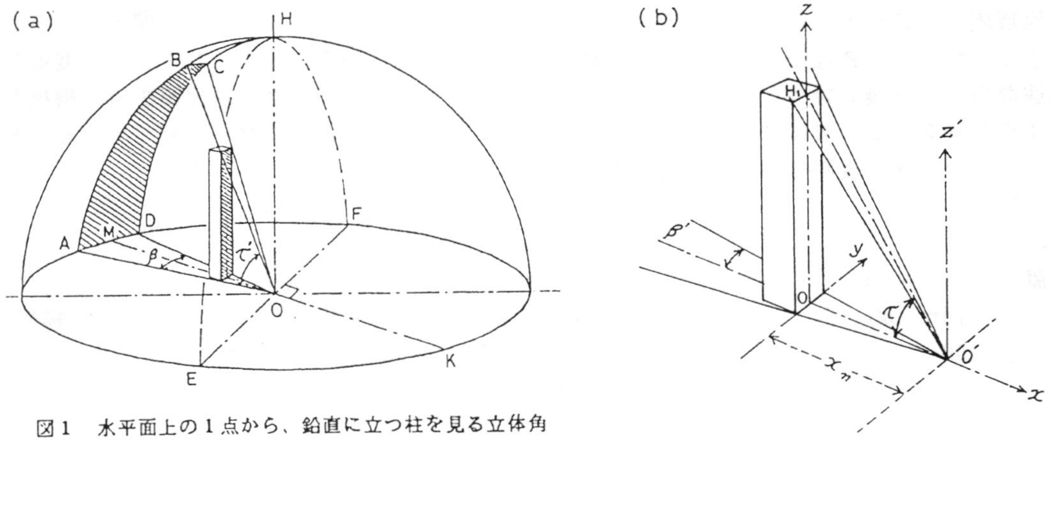

図１　水平面上の１点から、鉛直に立つ柱を見る立体角

によって求めた。$\tau=\pi/2$ では（$\overline{\sin\xi}^{\omega(\tau)}$）$=0.5$ である。任意の $\tau<\pi/2$ に対する $\overline{\sin\xi}^{\omega(\tau)}$ を求める方法の記述は省略する。柱の南北のx軸上の各点（$x=1,2,3...30$cm）における長波長および短波長放射収支増を、それぞれ次の式で計算した。単位時間については

$$\Delta(\Delta R)=\omega(\tau)(\overline{\sin\xi}^{\omega(\tau)})\frac{\sigma}{\pi}(\overline{T'}_b{}^4-\overline{T'}_r{}^4) \quad \cdots (1)$$

$$\Delta(\Delta I)=\omega(\tau)(\overline{\sin\xi}^{\omega(\tau)})\frac{1}{\pi}(cf-\kappa)\,\overline{I}(1-a) \quad \cdots (2)$$

であるが、1日当りの量としてこれらに融雪時間（通常 08-17時の9時間）を掛けた。式(1) の T'_b とT'_r はそれぞれ柱の面の温度（°K）および上空の大気放射の温度（°K）である。σは Stefan-Boltzmann 定数（5.670×10^{-8} W·m^{-2}·°K^{-4}）である。式(2) のIは水平面全天日射量、aは雪のAlbedo、κはIの中の散乱光の割合、fは柱の反射率、cは任意係数（0.5 ～1.0)で、小島他(1976)の実験結果を参考にして決めた。計算の対象とした雪尺は、(A) 5x5x100 cmと (B) 2.4x2.4x100 cmの2種類で、全面白色で細い目盛つきである。柱の温度は上下には一様としたが、日が当る時は南北面、AとBそれぞれ異なり、曇天下ではこれらは同じ(08-17時平均8℃、夜間17～02時平均5℃等）とした。柱Aの南面平均温度を $\overline{T_b}$ (SA)のように表すと、晴では $\overline{T_b}$ (SA)=12℃、$\overline{T_b}$ (NA)=10℃、$\overline{T_b}$ (SB)=11.3℃、$\overline{T_b}$ (NB)= 9.8℃、$\overline{T_r}$ =-12.8 ℃、$\overline{I}=450$ W·m^{-2}、$\kappa=0.28$、f=0.65、c(S) =1.0 、c(N) =0.64、a=0.65→0.62、雪密度 350→380 kg·m^{-3}、とした。曇では、$\overline{T_b}$ は上記の通りで、$\overline{I}=200$ W·m^{-2}、$\kappa=0.56$、c=0.7 とした。計算は6日間にわたる凹みの南北断面の形の変化を追うように進めたが、天気は（記号で）①|◎◎|◎|◎|① のように変化させた。縦の線はその時点で凹みの断面を求めて、各 x_n 地点での傾きθ_n を求め、次の日の放射収支増の垂直成分（ΔQ_R）$_{Nn}$ から垂直融雪深（Δz）$_{Nn}$を計算し、さらに、鉛直融雪深（Δz)$_{Vn}$ に変換して前日の深さに加えるという手順を繰返した。融雪深とは柱の影響による増分の意味である。

（b）<u>雪面の南北傾きによる日射吸収量の増減</u>　　傾きiの南北斜面での直達日射フラックス F_s は、時角をhとして、

$$\left.\begin{array}{l} F_s=F_0\{\sin\psi^*\ \sin\delta+\cos\psi^*\ \cos\delta\ \cosh\} \\ \sin\psi^*=\sin\psi\ \cos i-\cos\psi\ \sin i,\quad \cos\psi^*=\sin\psi\ \sin i+\cos\psi\ \cos i \end{array}\right] \cdots (3)$$

で表される（Zdunkowski et al., 1980)。F_0 は入射方向に垂直な単位面積が単位時間に受ける直達日射量（上の式ではhによらず一定）、δは太陽赤緯、ψは緯度である。iは南下りで正、北下りで負とする。札幌の融雪期として時期を春分とすると$\delta=0$であるから、式(3) は $F_s=F_0\ \cos\psi^*\ \cosh$ …(4)　　となり、水平面では $F_{HR}=F_0\ \cos\psi\ \cosh$ …(4a) となるから、斜面と水平面との差ΔF_s は、$\Delta F_s=F_0\ (\cos\psi^*-\cos\psi)\ \cosh$ …(5) である。札幌の春分に近い快晴の日に観測された水平面全天日射量からF_0 を逆算すると一定にはならない。これをF'_0 (h) として時角h_1 ～h_2 の平均を ${}^{h_1}\overline{F'_0}{}^{h_2}$ で表すと、ΔF_s のh_1 からh_2 までの時間積分は (6)

$$\int_{h_1}^{h_2}(\Delta F_s)dh={}^{h_1}\overline{F'_0}{}^{h_2}(\cos\psi^*-\cos\psi)\int_{h_1}^{h_2}\cosh dh={}^{h_1}\overline{F'_0}{}^{h_2}(\cos\psi^*-\cos\psi)(\sinh_2-\sinh_1)$$

凹みの斜面の雪が吸収する直達日射量の水平面からの増分は（F'_0 の時間単位をhrとして）、

$$(\Delta(\Delta I))_{SL}={}^{h_1}\overline{F'_0}{}^{h_2}(\cos\psi^*-\cos\psi)(\sinh_2-\sinh_1)(12/\pi)(1-a) \quad \cdots\cdots (7)$$

3．計算結果　（ａ）雪尺による放射収支増の水平分布、柱の太さによる差異の例

第１日（晴）の08－17h の雪尺の南北それぞれ25㎝までの間の雪面（水平）での放射収支増 $\Delta Q_R = \Delta(\Delta R) + (\Delta(\Delta I))_{ST}$ を式(1),(2) で計算した結果を図２に示した。これに起因する凹みの深さは ΔQ_R に比例するので、熱量の正を下向きにとってある。曲線は融雪凹みの初期に特有な形を表している。曲線Ａは 5㎝角、Ｂは2.4 ㎝角の雪尺についてのものである。

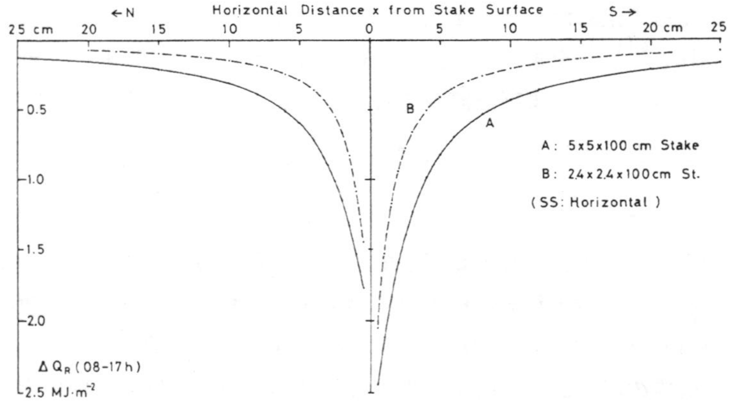

図２　第１日（晴天、雪面水平）の雪尺の南北 25cm の放射収支増分布
Ａは5cm角、Ｂは2.4cm角、高さは何れも1m，白色塗装、細い目盛つき。
計算に用いた柱の温度、日射量等の数値は本文参照（柱の影の影響省く）

（ｂ）晴と曇の日の放射収支増の内訳

雪尺の存在による放射収支増を、式(1) による長波長放射収支増と式(2) による短波長放射収支増とにわけ、晴天の場合を図３(a) に、曇天の場合を同図３(b) に、柱の南北20㎝のそれぞれの分布を示した。曲線の傍らに ΔＲとΔＩとあるのは正しくは $\Delta(\Delta R)$ 、$\Delta(\Delta I)$ である。融雪時間は同図(b) の ΔＲ(24h) と印した破線以外は皆１日９時間である。図の負側に記入した×印を点線で結んだグラフは柱の影による直達日射損失である。負の絶対値が大きすぎて、柱の北には凹みができない勘定となる。そこで、初日は北側（ｘ軸沿いに）は雪面は水平のままとし、第２～５日はすべて曇とした。そして、融雪時間は第２、３日は08－17時、第４日は08－02時、第５日は08－08時（24時間）とした。図２(b) の $\Delta(\Delta I)$ は負である。曇では柱による反射より柱で遮られる天空散乱光が優るためである（式(2) の（ｃｆ－κ）＜０）。曇天の昼間だけの ΔQ_R は小さいが、夜間も融け続けるとかなりの量となる。

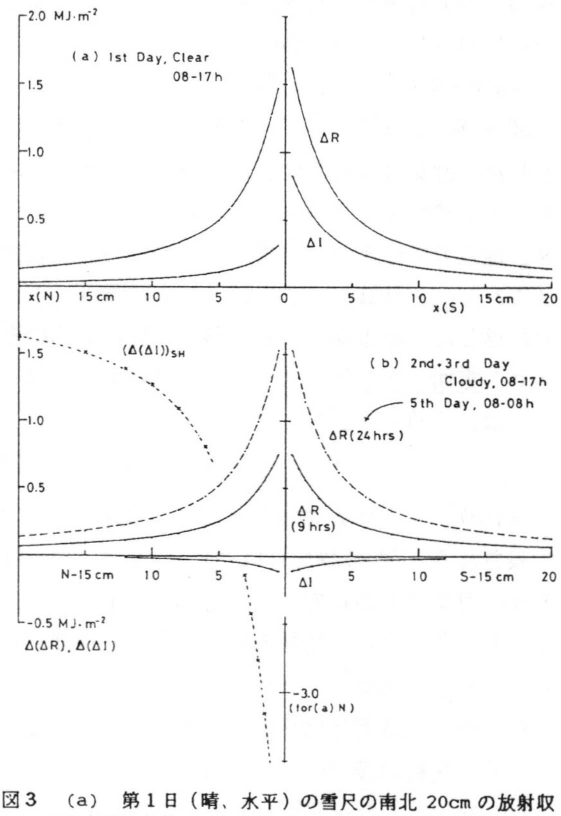

図３　(a)　第１日（晴、水平）の雪尺の南北 20cm の放射収支増内訳。曲線Δ R: 長波長放射収支増、Δ I: 短波長放射収支増、点線（ΔΔ I)$_{SH}$: 柱の影による直達日射損失
(b)　第２、３日（曇天）の長波長および短波長放射収支増。曇天では短波長成分が負（収支減）、破線 R(24 hr)は第５日（曇天、 08-08h 融雪）の長波長放射収支増２４時間分の分布

（ｃ）斜面の日射吸収増（減）を含む第６日、晴の場合

第５日の曇天下の融雪後の凹みの南北断面の形を図５の曲線４で示した。柱の北側の凹みは南側よりはるかに浅い。この雪面の傾斜を考慮して、第６日の放射収支増（減）の垂直成分を求めた。図４の曲線Ｒ、Ｉはそれぞれ$\Delta(\Delta R)$ および$(\Delta(\Delta I))_{ST}$の南北水平分布で、I'は式(7) による斜面であるための日射吸収増（北側）および減（南側）を示す。北側は柱の影となる時間を除いたので、雪面の傾きとの兼合いで途中に極大を持つ分布となる。一方南側は$x < 4$㎝では傾きが急過ぎて日が当たらない。これより南へ遠ざかるにつれて、水平との差が小さくなる。これら３種の放射収支増の和ΔQ_R の分布が白丸印を結ぶ曲線である。その南北関係が前日までと逆転して、北側で大きくなった。南側の柱の近くでΔQ_R が急増しているが、これは柱の温度が下まで一様とした無理な仮定にも起因する。図５の柱の南北の凹みの断面図に５と印をつけた破線が第６日の融雪後の凹みの形の計算結果である。前報（小島、1991）にも示した凹みの断面の南北の違いの特徴（測定結果）をよく再現している。

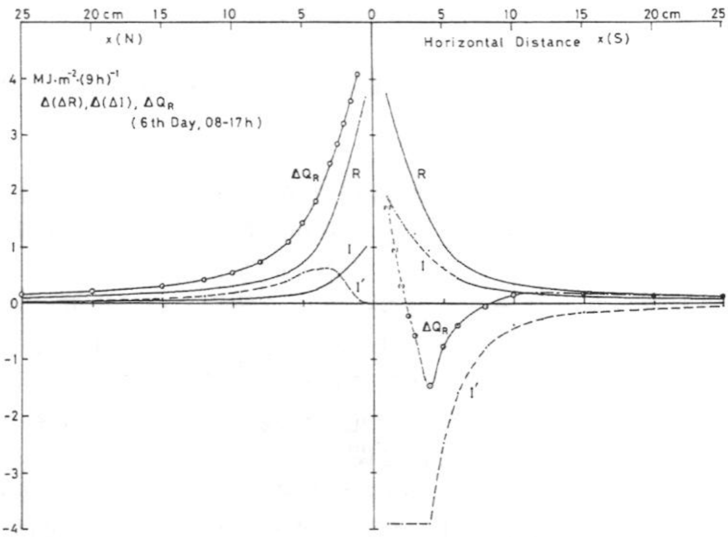

図４　第６日（晴、08-17h)の柱の南北の放射収支増（減）分布。曲線 R: 長波長放射収支増、 I: 短波長放射収支増（柱自身による）、I'：凹みの雪面が南（北）に傾いているための直達日射吸収増（減）の分布、ΔQ_R: ３者の合計による放射収支増（減）の分布

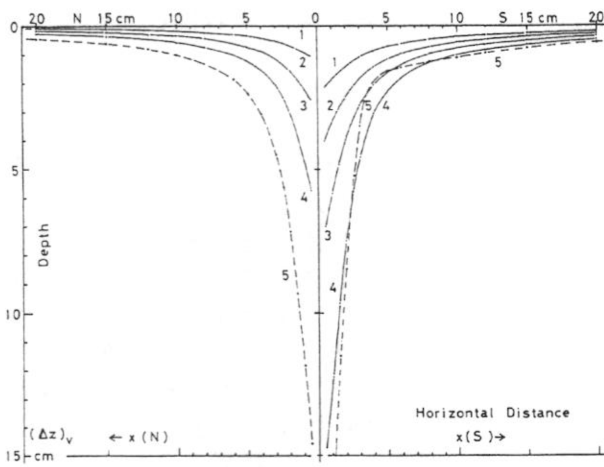

図５　第１日、第３日、～第６日の融雪後の凹みの南北断面計算結果。第１日の北側は水平のままとし、第６日（曲線５）は、曲線４の雪面の傾きと図４の放射収支により計算した。

４．おわりに　　凹みの成因は放射収支増だけではない。風による顕熱伝達増もあり、また、雪が積る時の風向の偏りによる風下の凹みが、その後の融雪凹みにいつまでも跡を残す。融雪凹みに関するこれまでの研究発表に対して多くの方から頂いたご意見、特に北見工業大学高橋修平教授からの数々の貴重な助言に感謝したい。

文　献　小島賢治・油川英明・石川信敬・高橋修平・久保田裕士、1976：建造物、障壁等の付近における融雪量の分布と熱収支. 低温科学、A43,　111－121 .

小島賢治、1991：雪尺・樹木等の周りの融雪凹みの成因について. 北海道の雪氷、10, 58-61 .