

## 加速度は単位時間のずれの距離の 2 倍に等しい

対馬 勝年<sup>1</sup>

ここに提供するの、ああそうか、そう考えるといひんだという何とも簡単な話である。教育資源の一つになると思うので雪氷の誌面を借りて紹介させて頂きたいと思う。

まず話はおなじみ、重力下での落体の運動 (図 1) からはじめよう。重力  $g$  の下での自由落下の式は落下時間を  $t$ 、落下速度を  $V$ 、落下距離を  $S$  とすると、実際の運動は (仮想的には物体は静止状態からスタートするので動かない)

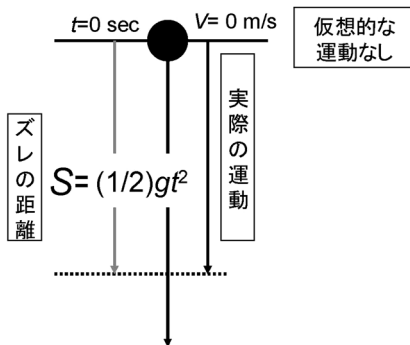


図 1 自由落下

$$V = gt \quad (1)$$

$$S = (1/2)gt^2 \quad (2)$$

と表されることは誰でも知っている。

しかし、(2)式から単位時間について

$$g = 2S \quad (3)$$

が導かれること、つまり、「加速度は単位時間のずれの距離の 2 倍に等しい」という関係は意外に知られていないと思う。

この有用な関係のいくつか適用例を示そう。

<sup>1</sup> 富山大学理学部

### 例 1. 地球をまわる人工衛星に働く向心加速度

人工衛星は地表に近い高度  $h$  のところを速度  $V$  で回っている (図 2)。地球の半径を  $R$  とする。衛星は常に速度  $V$  で接線方向に飛ぶが、地球の引力に引かれ常に単位時間当たり  $S$  だけ地表に向かって落ち続けている。その結果、実際には人工衛星は地表上  $h$  の高さの円軌道を描く。三平方の定理から、

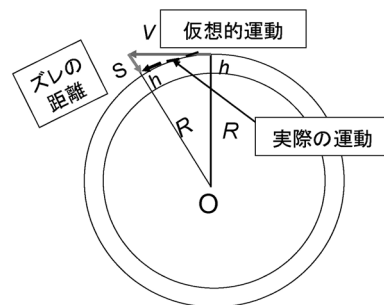


図 2 高さ  $h$  を周回する人工衛星に働く向心加速度

$$V^2 + (R+h)^2 = (R+h+S)^2 \quad (4)$$

の関係がある。ここで、

$$R \gg h, \quad R \gg S \quad (5)$$

だから、

$$V^2 = 2SR \quad \text{つまり} \quad 2S = V^2 R^{-1} = GM R^{-2} \quad (6)$$

のよく知られた関係が導かれる。

ただし、 $G$  は万有引力定数、 $M$  は地球の質量である。

### 例 2. コリオリの加速度 $\alpha$

図 3 の地球は大きいから、観測者は角速度  $\omega$  で回転する円盤の中心にいて考えてよい。その中

心から動径方向に向かって速度  $V$  で発射された物体の 1 秒後のずれ  $S$  は  $V\omega$  に等しいから、加速度  $\alpha$  は

$$\alpha = 2S = 2V\omega \quad (7)$$

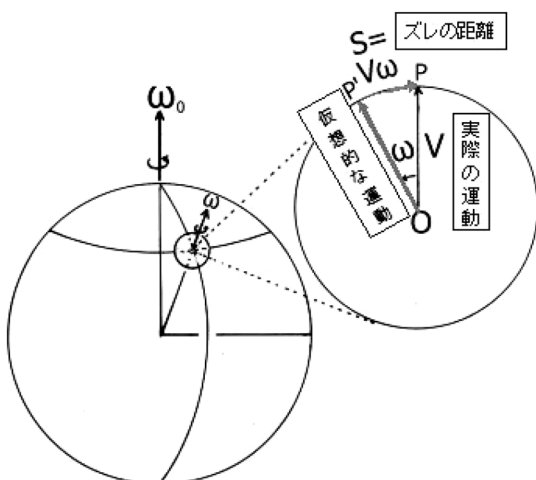


図 3 自転する地球上の物体の運動

となり、コリオリの加速度が導かれる。  $2V\omega$  の  $V\omega$  はずれの距離、2 はその 2 倍を意味している。なんだそういうことだったのかと思って頂ければ本望である。自転する地球の場合  $\omega$  は自転ベクトルの地表に垂直方向の成分である。地球の自転の角速度を  $\omega_0$ 、緯度を  $\phi$  とすると、  $\omega = \omega_0 \sin \phi$  である。地球は大きいから物体は各緯度に中心をもつ大きな円盤上で運動していると見なしてよい。

### 例 3. スピードスケート競技でコーナーを回る時の遠心力

スピードスケート競技ではコーナー部の半径  $R$  はインコースが 25 m である。  $V = 15 \text{ m s}^{-1}$  でコーナーを回る時に選手が受ける向心加速度  $\alpha$  は

$$(R+S)^2 = R^2 + V^2 \quad (8)$$

の関係から

$$2RS = V^2 \text{ つまり } \alpha = 2S = V^2 R^{-1} = 9 \text{ m s}^{-2} \quad (9)$$

となり、重さに匹敵する遠心力が発生することが

わかる。アウトコースの半径は 30 m なので、向心加速度は  $7.5 \text{ m s}^{-2}$  となり、遠心力はインコースの場合より 17% も小さい。

### 例 4. カーリングストーンのカールの場合

y 軸方向に  $V = 1 \text{ m s}^{-1}$  で発射されたストーンが 1 秒後、y に直交する x 軸方向に  $S = 0.1 \text{ m}$  ずれていたとすれば、x 軸方向の加速度  $\alpha_x$  は

$$\alpha_x = 2S = 0.2 \text{ m s}^{-2} \quad (10)$$

$$V_x = \alpha_x t = 0.2 t \quad (11)$$

$$S_x = 0.1 t^2 \quad (12)$$

としてストーンの横方向の運動方程式が簡単に導かれる。

### 例 5. スケートや車両の滑り摩擦係数 $\mu$

速度  $V_0$  で通過した質量  $m$  のスケートや車両が 1 秒間に  $X$  だけ前進していたとすれば、ずれの距離  $S$  は図 4 のように

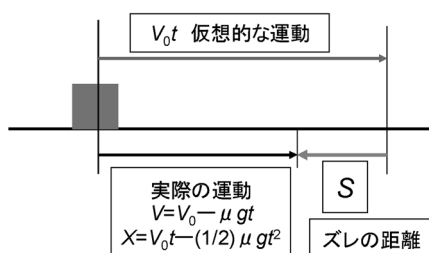


図 4 摩擦のある場合、速度  $V_0$  で通過する物体の滑り

$$S = X - V_0 \quad (13)$$

力を  $F$ 、摩擦係数を  $\mu$  とすると

$$F = m dV/dt = -\mu mg = 2mS \quad (14)$$

だから

$$dV/dt = 2(X - V_0) = -\mu g \quad (15)$$

$V_0 = 1 \text{ m s}^{-1}$ ,  $X = 0.9 \text{ m}$ ,  $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$  とすれば、  $S = -0.1 \text{ m}$  マイナス記号は負の加速度つまり減速を意味する。摩擦係数は  $\mu = 0.02$  と求まる。

捕捉 自由落下の 1 秒から 2 秒までの 1 秒間を問題にする場合.

この場合初速  $V$  は  $V=gt=g$  ( $=9.8\text{ m s}^{-1}$ ) であり, 1 秒後の位置  $X$  は  $X=Vt + (1/2)gt^2 = (3/2)g$  である. ずれの距離  $S$  は

$$S=X-Vt=(3/2)g-g=(1/2)g \quad (16)$$

したがって, 加速度  $\alpha$  は

$$\alpha=2S=g \quad (17)$$

と求まる.

ここに示した式は見かけ上デメンションが合わないように思われるが, それは時間  $t$  を 1 とおいているためにデメンションが陽には現れていないだけであり, 陰には時間に関するデメンションが付属していることを注意したい.

(2012 年 1 月 5 日受付)

## 井上フィールド科学研究基金による研究活動助成 — 第 18 回公募報告 —

井上フィールド科学研究基金運用委員会

本誌 73 巻 3 号 (2011 年 5 月) にてご案内した標記公募 (2011 年度助成) に対し, 残念ながら応募はありませんでした.

第 19 回は積極的な応募を期待します.